

DNC
TP3

Cátedra: **ESTRUCTURAS – NIVEL 1**

Taller: VERTICAL III – DELALOYE - NICO - CLIVIO

Trabajo Práctico N° 3: Esfuerzos internos – Diagramas M-N-Q

Curso 2013

Elaboró: Ing. Analía Pinasco -
Ing. Rodolfo Granada

Revisión: 0

Fecha: 25-04-2013

Objetivo

Resolución de estructuras de una y dos chapas (vigas y pórticos), para la obtención de los diagramas característicos.

Familiarizar al alumno con la forma de los diagramas que se obtienen de acuerdo al tipo de carga utilizada.

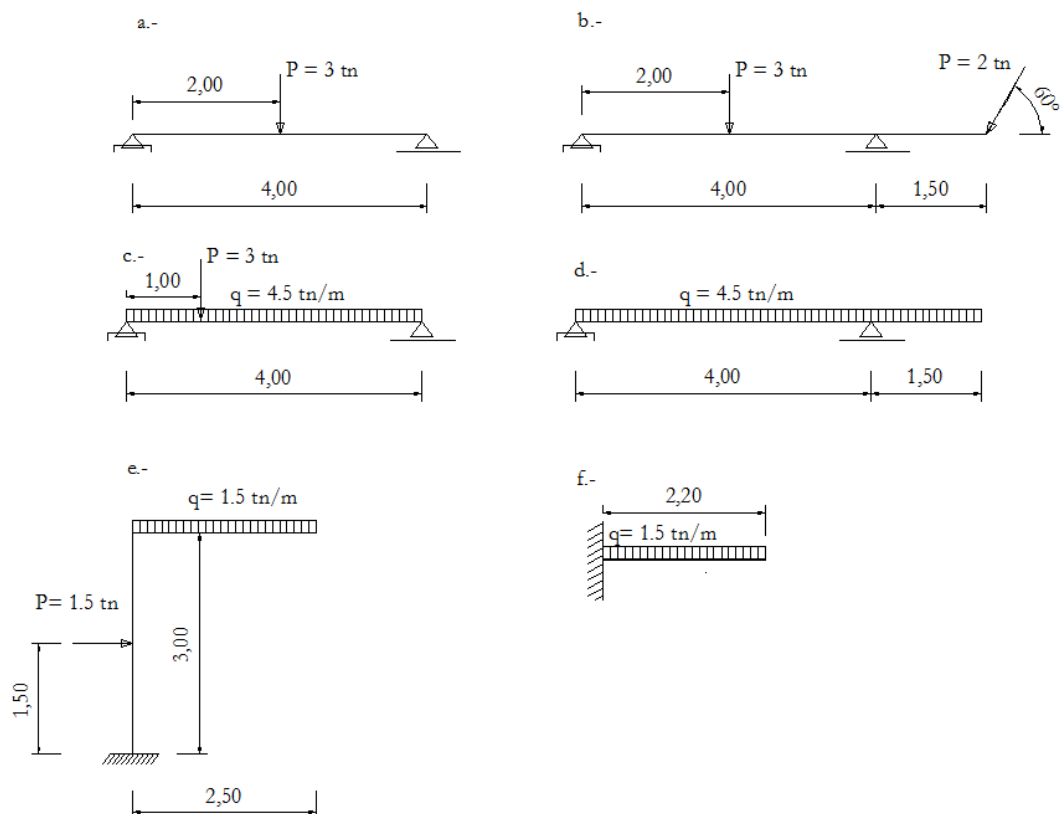
Introducción a la relación existente entre el diagrama de momento y el de corte.

Concepto de funciones asociadas a los esfuerzos característicos.

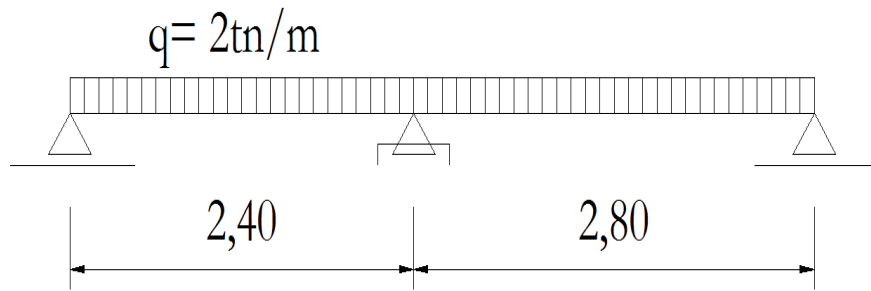
Ejercicio N°1:

1-1

Hallar los diagramas M-N-Q en las vigas del ejercicio N°1 del TP2.



1-2 Hallar los diagramas M-N-Q utilizando las tablas



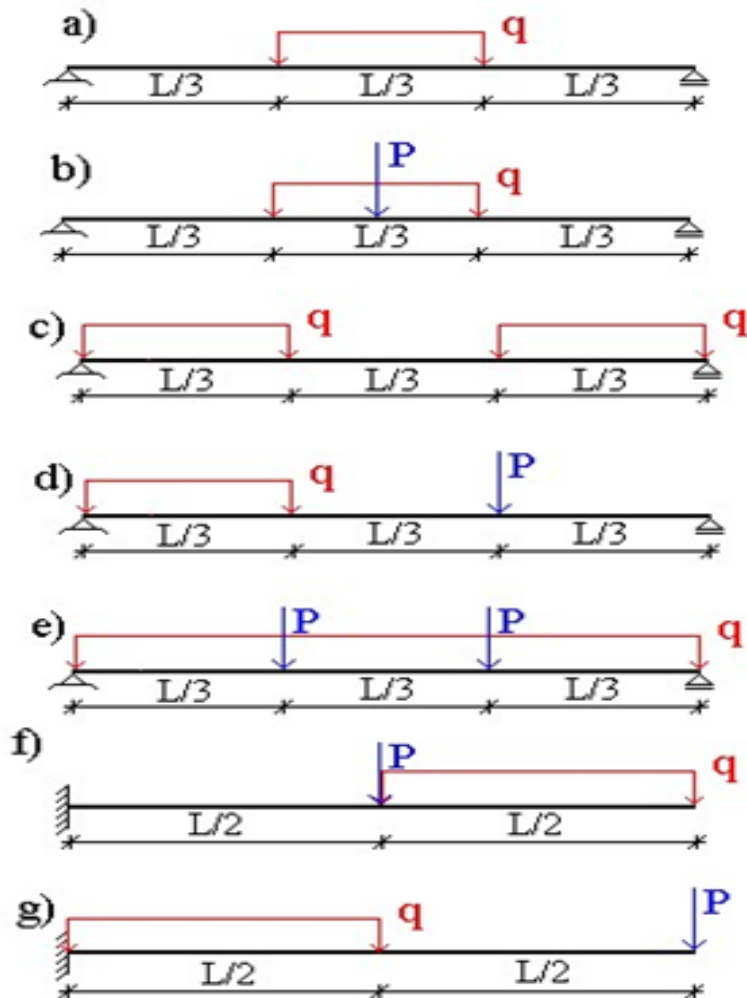
Las Reacciones de los ejercicios para resolver los diagramas son:

- a) $H_A=0$ $V_A=RB=1.5 \text{ tn}$
- b) $H_A=1.0 \text{ tn}$ $V_A=0.86 \text{ tn}$ $V_B=3.88 \text{ tn}$
- c) $H_A=0$ $V_A=11.25 \text{ tn}$ $V_B=9.75 \text{ tn}$
- d) $H_A=0$ $V_A=7.74 \text{ tn}$ $V_B=17.01 \text{ tn}$
- e) $H_A= - 1.5 \text{ tn}$ $V_A=3.75 \text{ tn}$ $M_A= - 6.94 \text{ tnm}$
- f) $V_A=3.3 \text{ tn}$ $H_A= 0 \text{ tn}$ $M_A=-3.63 \text{ tn}$

Ejercicio N°2:

Del los gráficos que se adjuntan, resolver como mínimo 3 estructuras.

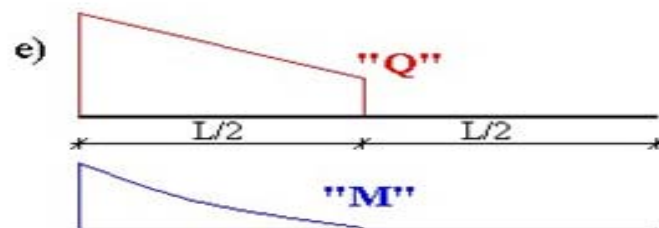
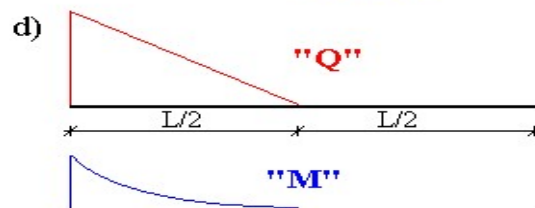
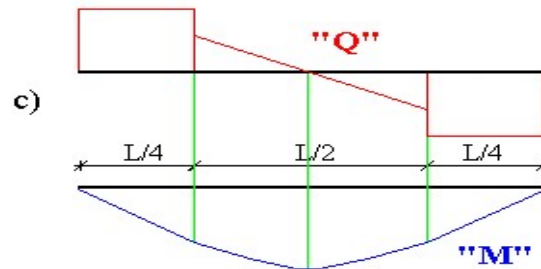
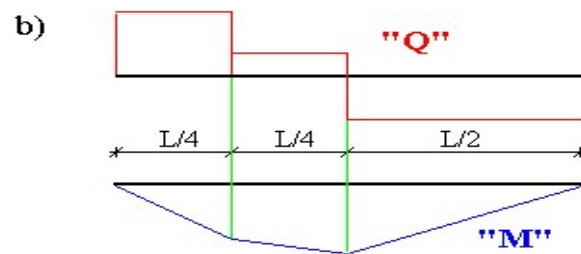
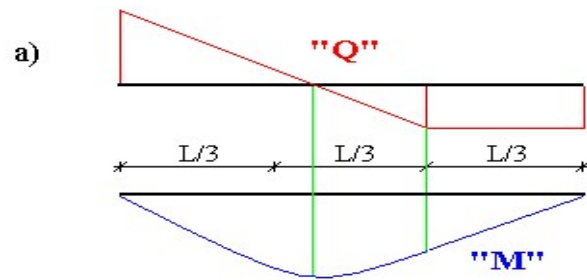
Se presentan estructuras cargadas, de las cuales hay que hallar a mano alzada la forma de los diagramas.



Ejercicio N°3:

Del los gráficos que se adjuntan, resolver como mínimo 3 estructuras.

Se presentan estructuras con los diagramas resueltos, de las cuales hay que encontrar el estado de carga que provoca dichos esfuerzos (dibujar apoyos).



Ejercicio N°4:**Cuestionario.**

- a) Elegir la respuesta correcta.

Los esfuerzos internos en una estructura se calculan para:

1-a) Definir el diseño arquitectónico.

1-b) Dimensionar los distintos elementos estructurales

- b) Completar el siguiente cuadro :

Tipo de carga	FORMA DEL DIAGRAMA	
	Q	M
Carga puntual		
Carga distribuída		
Momento Aplicado (en extremo de		

- c) Completar las siguientes consignas:

c-1 Cuando el diagrama de Corte cambia de signo el Momento Flector es _____

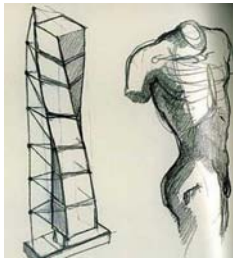
c-2 Cuando en la viga hay una carga _____ en el diagrama de Q aparece un salto.

c-3 Cuando en la viga hay un momento aplicado en el diagrama de Mf aparece un _____

c-4 Cuando en la viga hay una carga puntual en el diagrama de Mf aparece un _____

c-5 Cuando en un tramo de viga el Esfuerzo de Corte es "cero", el Momento Flector en dicho tramo es _____

- e) En qué puntos de una estructura el Momento Flector
- $M_f = 0$
- ?



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA - FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO			
DNC GE2	Cátedra: ESTRUCTURAS – NIVEL 1		
	Taller: VERTICAL III – DELALOYE - NICO - CLIVIO		
	Guía de Estudio 2: Esfuerzos Internos		
Curso 2009	Elaboró: Ing. Walter Morales	Revisión: 0	Fecha: Abril 2009

La presente guía de estudio, tiene por objeto el planteo de la obtención de los esfuerzos característicos en un triarticulado.

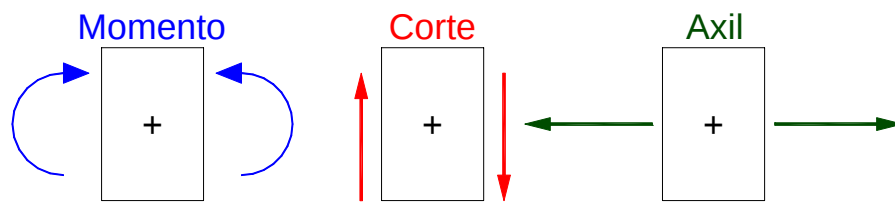
El mismo atiende a la interpretación de las formas de los diagramas y las curvas que lo definen.

El ejercicio se desarrollará en forma completa, tanto analítica como gráfica.

TRIARTICULADOS Diagramas de esfuerzos

I) Consideraciones previas.
Convención de signos:

Esfuerzos “considerados” positivos



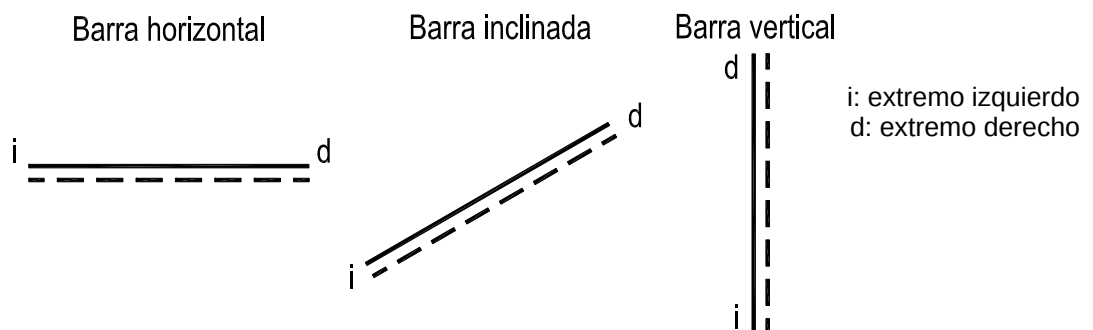
Con respecto a los esfuerzos internos y la denominada fibra de referencia, vale la siguiente aclaración:

El **momento** se considera positivo cuando tracciona la fibra de referencia.

El **axil** es positivo cuando el esfuerzo es de tracción, con lo cual, la fibra de referencia no es relevante.

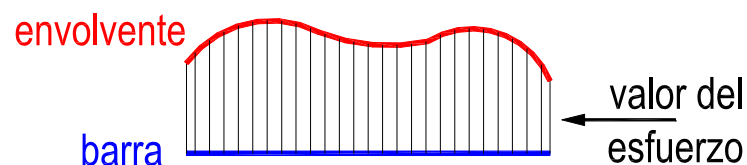
En cuanto al **corte**, esta convención es la adoptada por la cátedra, pero debemos saber que no es la única.

La **fibra de referencia** será adoptada de la siguiente manera:

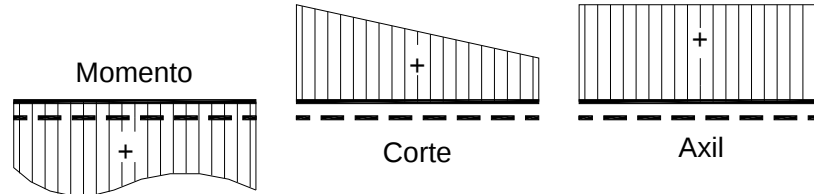


Forma de dibujarlos:

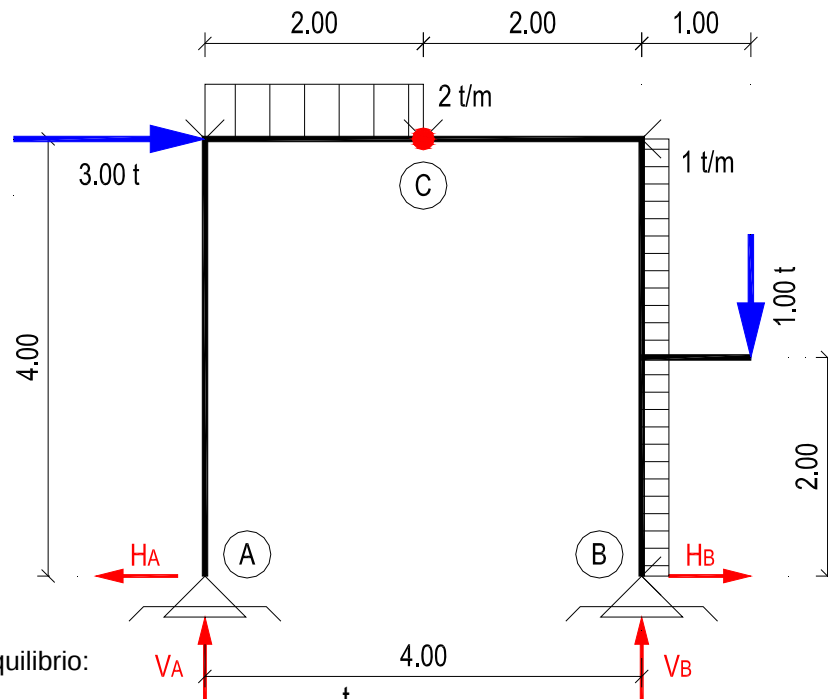
Independientemente del esfuerzo que se quiera representar y de su forma (constante, lineal, parabólico, etc.), su valor se grafica con un segmento **perpendicular** a la barra en una escala conveniente (Ej.: 1cm $\equiv$ 2tm, 0.5cm $\equiv$ 3t, etc.).



El momento "positivo" se graficará del lado de la línea de referencia, el corte "positivo" del lado opuesto y el axil "positivo" es indistinto, pero tomaremos la siguiente forma de dibujarlo.



II) Ejemplo.
Esquema:



Ecuaciones de equilibrio:

$$1) \sum F_V = V_A + V_B - 2 \frac{t}{m} \times 2 m - 1 t = 0$$

$$2) \sum F_H = -H_A + H_B + 3 t - 1 \frac{t}{m} \times 4 m = 0$$

$$3) \sum M_A = 3 t \times 4 m + 2 \frac{t}{m} \times 2 m \times 1 m - 1 \frac{t}{m} \times 4 m \times 2 m + 1 t \times 5 m - V_B \times 4 m = 0$$

$$4) \sum M_{Cizq.} = V_A \times 2 m + H_A \times 4 m - 2 \frac{t}{m} \times 2 m \times 1 m = 0$$

Solución:

$$\text{De 3): } V_B = \frac{13}{4} t = 3.25 t$$

$$\text{Con el valor de } V_B \text{ en 1) obtenemos: } V_A = 5 t - 3.25 t = 1.75 t$$

$$\text{Para } V_A = 1.75 t, \text{ reemplazando en 4) será: } H_A = \frac{4 t m - 1.75 t \times 2 m}{4 m} = 0.125 t$$

$$\text{Por último, en la ecuación 2) se tiene: } H_B = 1 t + 0.125 t = 1.125 t$$

$$\text{En resumen: } H_A = 0.125 t ; V_A = 1.75 t ; H_B = 1.125 t ; V_B = 3.25 t$$

Nota:

Como los signos de las reacciones obtenidas son todos positivos, las direcciones adoptadas en el esquema son las correctas.

Verificación:

$$\sum_{C \text{ der.}} M = V_B \times 2 \text{ m} + H_B \times 4 \text{ m} - 1 \text{ t} \times 3 \text{ m} - 1 \frac{\text{t}}{\text{m}} \times 4 \text{ m} \times 2 \text{ m}$$

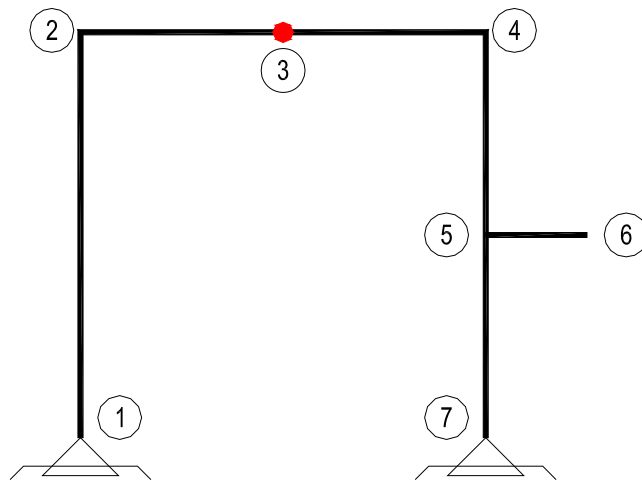
$$= 3.25 \text{ t} \times 2 \text{ m} + 1.125 \text{ t} \times 4 \text{ m} - 3 \text{ tm} - 8 \text{ tm} = 6.5 \text{ tm} + 4.5 \text{ tm} - 11 \text{ tm} = 0 \quad \therefore \text{ verifica}$$

Diagramas:

De acuerdo a la forma de nuestro triarticulado y el estado de carga actuante, vamos a numerar las barras que nos son de interés.

Los puntos de interés serán aquellos en los que: - haya un cambio de dirección en las barras - comience o termine una carga distribuida - exista una rótula - esté aplicada una carga concentrada - nudos - etc.

Para nuestro caso:



Barra 1-2:

Momento:

La única fuerza que genera momento es $H_A = 0.125 \text{ t}$, ya que $V_A = 1.75 \text{ t}$ se encuentra sobre el eje de la barra.

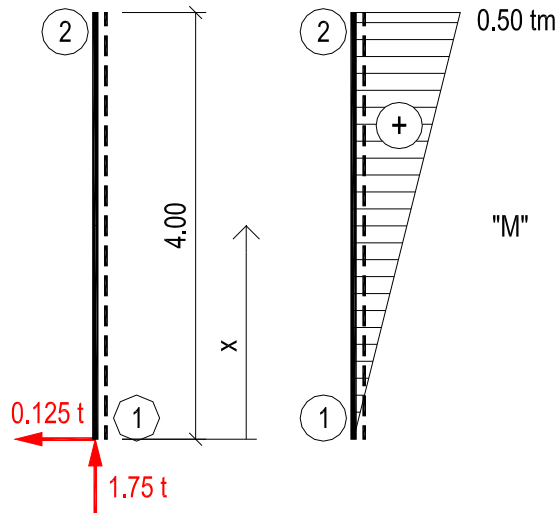
El momento a una distancia "x" del apoyo será: $M(x) = 0.125 \text{ t} \cdot x$ "lineal"

En particular, cuando:

$$x = 0 \Rightarrow M_1 = 0 \text{ "no podría ser de otra manera"}$$

$$x = 4 \text{ m} \Rightarrow M_2 = 0.125 \text{ t} \times 4 \text{ m} = 0.5 \text{ tm}$$

El momento generado es positivo y de forma lineal, debido a que H_A es la única fuerza que provoca el par. Entonces:

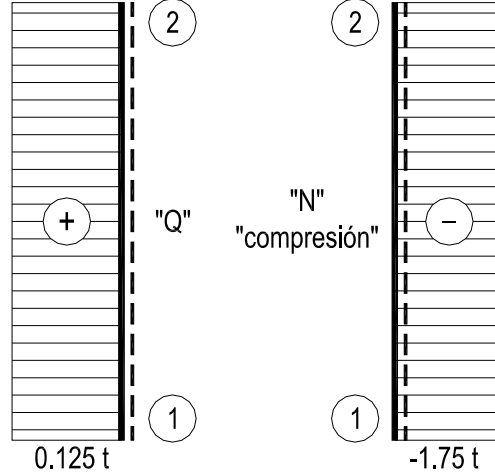
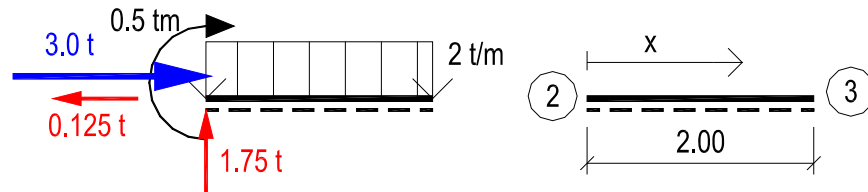


Corte:

Como el momento es lineal, el corte necesariamente será constante y de valor igual a la reacción H_A . Es pues: $Q(x) = 0.125 \text{ t}$ "constante".

Axil:

Las fuerzas sobre el eje contribuyen al axil, siendo para el ejemplo V_A la única actuante.

**Barra 2-3:**Corte:

El corte por la presencia de la carga distribuida es constante.

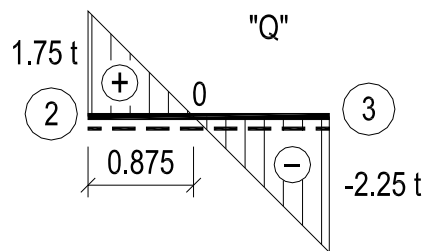
A una distancia "x" será: $Q(x) = 1.75 \text{ t} - 2 \frac{\text{t}}{\text{m}} \cdot x$ "lineal"

$$x = 0 \Rightarrow Q_2 = 1.75 \text{ t}$$

$$x = 2 \text{ m} \Rightarrow Q_3 = -2.25 \text{ t}$$

Como pasamos de un valor positivo a otro negativo, en algún punto pasó por cero. Este punto corresponde al de momento máximo "para este sector del triarticulado", que no necesariamente será el momento máximo de la estructura.

$$\Rightarrow Q(x) = 0 = 1.75 \text{ t} - 2 \frac{\text{t}}{\text{m}} \cdot x \quad \text{siendo } x = 0.875 \text{ m}$$

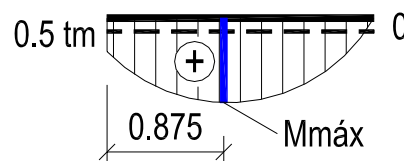
Momento:

El momento a una distancia "x" del punto 2 será:

$$M(x) = 0.5 \text{ tm} + 1.75 \text{ t} \cdot x - 2 \frac{\text{t}}{\text{m}} \cdot \frac{x^2}{2} \quad \text{"parabólico"}$$

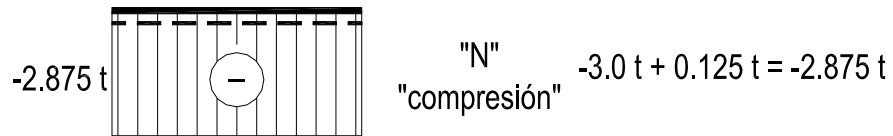
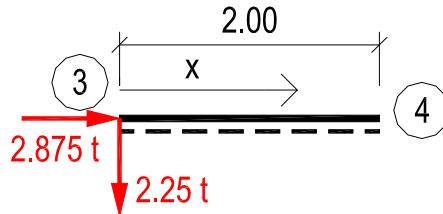
$$x = 0 \Rightarrow M_2 = 0.5 \text{ tm}; \quad x = 2 \text{ m} \Rightarrow M_3 = 0 \quad \text{"el punto 3 es una rótula"}$$

$$x = 0.875 \text{ m} \Rightarrow M_{\text{máx}} \cong 1.266 \text{ tm}$$



Axil:

El axil es constante y de valor:

**Barra 3-4:**Momento:

$$M(x) = -2.25 \text{ t} \cdot x \quad \text{"lineal"; para: } \begin{aligned} x=0 &\Rightarrow M_3 = 0 \\ x=2 \text{ m} &\Rightarrow M_4 = -4.5 \text{ tm} \end{aligned}$$

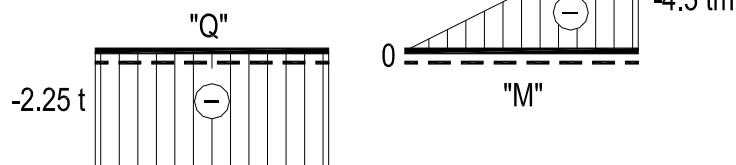
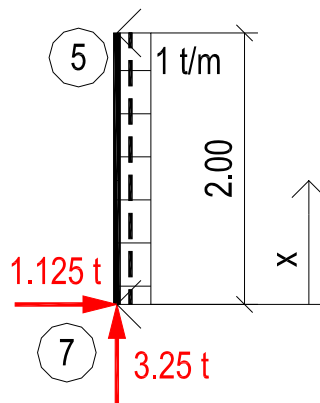
Corte:

$$Q(x) = -2.25 \text{ t} \quad \text{"constante"}$$

Axil:

Ídem barra 2-3.

Diagramas:

**Barra 7-5:**Corte:

$$Q(x) = -1.125 \text{ t} + 1 \frac{\text{t}}{\text{m}} \cdot x \quad \text{"lineal"; para } x = 1.125 \text{ m se tiene } Q = 0.$$

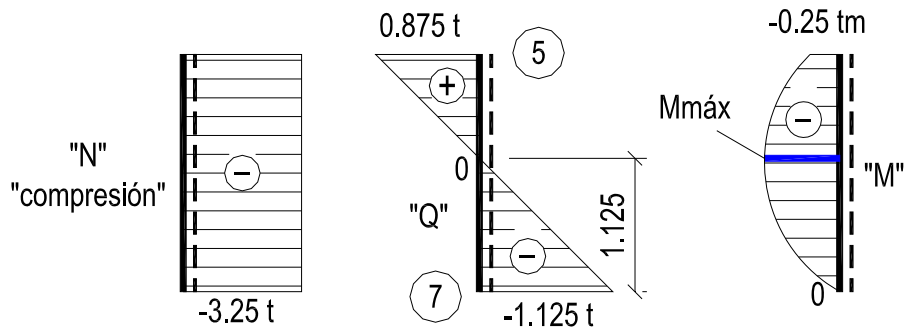
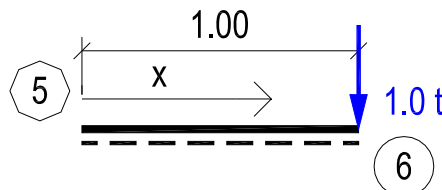
Momento:

$$M(x) = -1.125 \text{ t} \cdot x + 1 \frac{\text{t}}{\text{m}} \cdot \frac{x^2}{2} \quad \text{"parabólico"; para: } \begin{aligned} x=0 &\Rightarrow M_7 = 0 \\ x=2 \text{ m} &\Rightarrow M_5 = -0.25 \text{ tm} \\ x=1.125 \text{ m} &\Rightarrow M_{\max} \cong -0.634 \text{ tm} \end{aligned}$$

Axil:

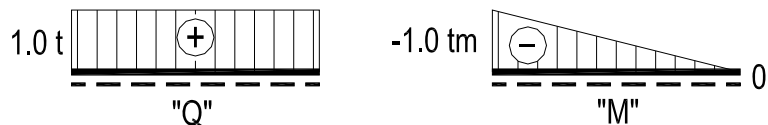
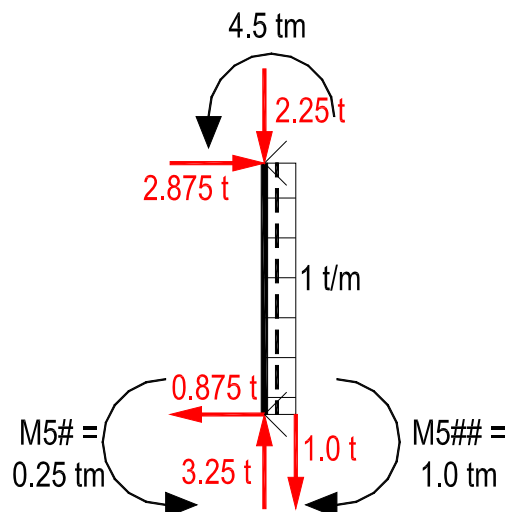
Es de compresión e igual a la reacción vertical.

A continuación se detallan los diagramas correspondientes.

**Barra 5-6:**Momento:
 $M(x) = -1\text{tm} + 1\text{t}\cdot x$ "lineal"; para $x = 0 \rightarrow M = -1\text{ tm}$ y para $x = 1\text{ m} \rightarrow M = 0$
Corte:
 $Q(x) = 1\text{ t}$ "constante"
Axil:

No hay esfuerzo axil.

Los diagramas son:

**Barra 5-4:**Corte:

$$Q(x) = 0.875\text{t} + 1\frac{\text{t}}{\text{m}}\cdot x$$
 "lineal"

$$x = 0 \Rightarrow Q_5 = 0.875\text{ t}$$

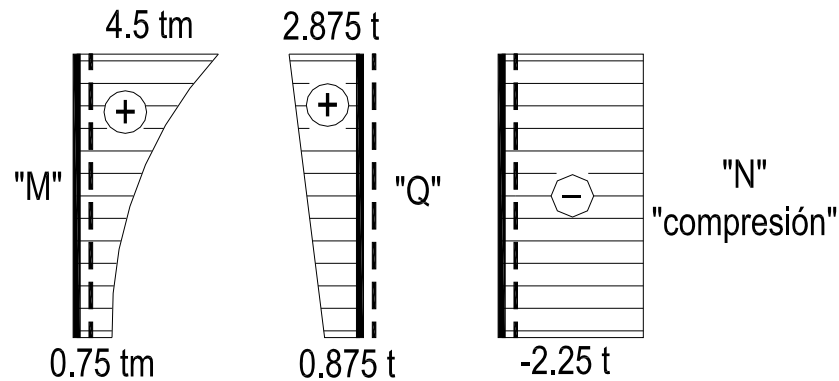
$$\text{para: } x = 2\text{ m} \Rightarrow Q_4 = 2.875\text{ t} \therefore \text{ verifica}$$

$$x = -0.875\text{ m} \Rightarrow Q = 0 \text{ (pero no corresponde a la barra)}$$

Momento:

$$M(x) = 0.75\text{tm} + 0.875\text{t}\cdot x + 1\frac{\text{t}}{\text{m}}\cdot \frac{x^2}{2}$$
 "parabólico"; para: $x = 0 \Rightarrow M_5 = 0.75\text{ tm}$ and $x = 2\text{ m} \Rightarrow M_4 = 4.5\text{ tm}$

Diagramas:



A continuación se detallan los diagramas de corte y momento de la estructura completa.

Conclusiones

El alumno, independientemente de la forma de la estructura que se presente para determinar los esfuerzos internos, o la variedad de cargas que tengan la misma, deberá plantear primero los puntos característicos, es decir, aquellos donde es necesario conocer el valor del esfuerzo en cuestión, para luego unir estos valores con las formas ya conocidas, de acuerdo a la variación del diagrama. Es así, que entre dos valores, para la mayoría de las estructuras planteadas en el taller, la curva que los unirá será una recta o una parábola.

También debemos remarcar que los signos de los esfuerzos característicos, dependen de la fibra de referencia, y son tomados por convención, o sea, son fijados con anterioridad.

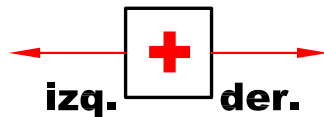
(N)

ESFUERZO AXIL

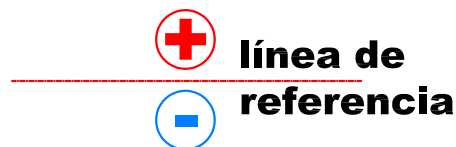
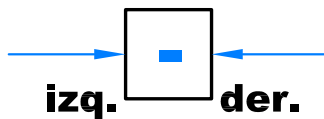


Σ de Fuerzas paralelas al eje de la barra a la izquierda o derecha de la sección considerada

TRACCIÓN



COMPRESIÓN



ESFUERZOS INTERNOS

(M)

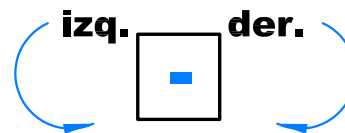
MOMENTO FLECTOR



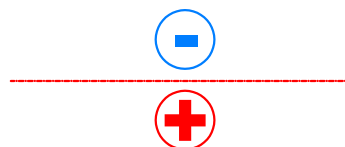
Σ de Momentos flextores por la izquierda o derecha de la sección considerada

CONVENIO DE SIGNOS

MOMENTO FLECTOR

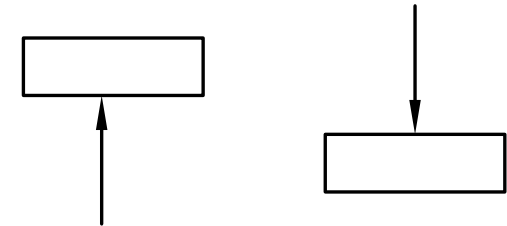


UBICACIÓN DEL DIAGRAMA



(Q)

ESFUERZO DE CORTE



Σ de Fuerzas perpendiculares al eje de la barra a la izquierda o derecha de la sección considerada

ESFUERZO DE CORTE

